TP M 1

Mesure des coefficients de frottement

Hugo Salou
Noémie Combey
MPI*

L'objectif de ce TP est la mesure, avec incertitudes, des deux coefficients de frottement : statique (f_s) et dynamique (f_d).

I. Mesure du coefficient de frottement statique f_s

Pour mesurer la valeur du coefficient de frottement statique, on dispose une planche en bois à un angle α de la paillasse. Initialement, on choisit $\alpha = 0$: la planche est sur la paillasse. Puis, on pose un bloc de bois sur cette planche, sans lui donner de vitesse initiale. On augment progressivement l'angle α, jusqu'à ce que le bloc ne commence à glisser. On note la valeur de l'angle α dans cette condition, on notera cet angle α_{lim}. Le montage est représenté dans la figure 1.

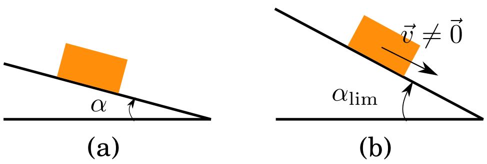

FIGURE 1 – Protocole 1, mesure de f_s

On ne mesure pas l'angle α directement, on mesure plutôt la hauteur h de la planche en un point fixe, et on mesure la distance d entre ce point et le bord en contact avec la paillasse. En choisissant le même point pour chacune des mesures, la distance d est constante, on ne mesure que h. De plus, on a l'égalité

$$\alpha = \text{Arcsin}\left(\frac{h}{d}\right).$$

Ainsi, on suit le protocole décrit précédemment, et on réalise les mesures des données représentées dans la table 1.

h (mm)	α_{lim} (°)
160	20,35
178	22,77
168	21,42
168	21,42
150	19,031
164	20,89
162	20,62
143	18,11
175	22,36
158	20,09
176	22,50
188	24,12

TABLE 1 – Mesure de l'angle α

Les mesures sont réalisés avec des blocs de différentes masses, et différentes surfaces. Ainsi, on remarque que l'angle α_{lim} (et donc f_s) dépend de ces deux facteurs, même si les lois de COULOMB affirment que f_s ne dépend que des matériaux en contact.

On estime l'incertitude de mesure sur la distance d à $u(d) = 10\text{ mm}/\sqrt{3} = 6\text{ mm}$. La mesure de la distance d est de

$$d = 830 \pm 6\text{ mm}.$$

De plus, par analyse statistique des données de la table précédente, on trouve que

$$h = 166 \pm 10\text{ mm}.$$

Par composition des incertitudes, on trouve que

$$u\left(\frac{h}{d}\right) = \frac{1}{d} \cdot \sqrt{u^2(h) + u^2(d) \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^2} \overset{\text{(AN)}}{=} 0{,}01.$$

Ainsi, toujours par composition des incertitudes, on a

$$\begin{aligned} u(\alpha) &= \text{Arcsin}'(h/d) \cdot u(h/d) \\ &= \frac{u(h/d)}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{d}\right)^2}} \\ \text{(AN)} &= 0{,}01\text{ rad} \\ &= 0{,}7\,°. \end{aligned}$$

On en déduit donc la mesure de l'angle limite α :

$$\alpha_{\text{lim}} = 21{,}1 \pm 0{,}7\,°.$$

Et, d'après le cours, on sait calculer f_s avec la valeur de cet angle : $f_s = \tan(\alpha_{\text{lim}}) \simeq 0{,}38$. Or, par composition des incertitudes, on a

$$\begin{aligned} u(f_s) &= (1 + \tan^2 \alpha_{\text{lim}}) \cdot u(\alpha_{\text{lim}}) \\ &= (1 + f_s{}^2) \cdot u(\alpha_{\text{lim}}) \\ \text{(AN)} &= 0{,}01 \end{aligned}$$

On en déduit donc la mesure du coefficient de frottement statique :

$$f_s = 0{,}38 \pm 0{,}01.$$

II. Mesure du coefficient de frottement dynamique f_d

Pour mesurer la valeur de f_d, on utilise le protocole suivant. On place deux points sur la planche, un point d'arrivé, et un point de départ. On positionne la planche à un angle α constant, suffisamment proche de α_{lim} pour qu'un bloc ne tombe pas trop vite, mais suffisamment loin de α_{lim} pour qu'un bloc ne s'arrête pas entre le départ et l'arrivée. On mesure le temps Δt nécessaire pour que le bloc passe du point de départ au point d'arrivée. Ce protocole est représenté dans la figure 2.

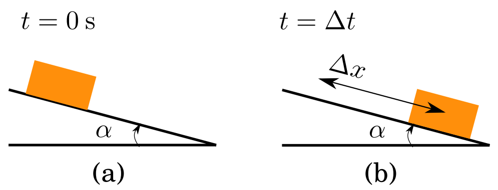

FIGURE 2 – Protocole 2, mesure de f_d

On commence par chercher une relation mathématique entre la durée Δt, et le coefficient de frottement f_d. Les forces s'appliquant au système { bloc } sont, son poids $\vec{P}$, et la réaction du support $\vec{R}$. On se place dans le référentiel terrestre $\mathscr{R}_t$ supposé galiléen, et on utilise des coordonnées cartésiennes, avec l'axe (Ox) suivant la planche, pointant vers la droite, et l'axe (Oy) pointant vers le haut, perpendiculairement à la planche. Ainsi, d'après le principe fondamental de la dynamique,

$$m \cdot \frac{\mathrm{d}^2 \overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t^2} = \vec{R} + \vec{P}.$$

Dans ces coordonnées, on a $\vec{P} = mg \sin\alpha\, \vec{e}_x - mg\cos\alpha\, \vec{e}_y$. On décompose $\vec{R}$ en $\vec{R} = N\,\vec{e}_y - T\,\vec{e}_x$. Ainsi, en projetant selon $\vec{e}_x$ puis $\vec{e}_y$, le PFD devient

$$\begin{cases} -m\ddot{x} = T - mg\sin\alpha & (1) \\ m\ddot{y} = N - mg\cos\alpha. & (2) \end{cases}$$

Or, le bloc reste sur la planche, donc $y = 0$, et donc $\ddot{y} = 0$. Ainsi, $N = mg\cos\alpha$, et donc $T = f_d\, mg\cos\alpha$, d'après les lois de COULOMB. On obtient donc

$$\ddot{x} = g(\sin\alpha - f_d\cos\alpha).$$

D'où,

$$\dot{x} = t \cdot g(\sin\alpha - f_d\cos\alpha) + v_0,$$

et donc

$$\Delta x = \frac{1}{2}(\Delta t)^2 \cdot g(\sin\alpha - f_d\cos\alpha) + v_0(\Delta t).$$

On suppose $v_0 = 0\,\text{m/s}$, et ainsi

$$f_d = -\frac{2\Delta x}{(\Delta t)^2 \cdot g \cdot \cos\alpha} + \tan\alpha.$$

On réalise à présent les mesures à l'aide du protocole décrit précédemment. On rassemble ces mesures dans la table 2.

	Δt (s)		Δt (s)
1	4,063	6	2,044
2	3,011	7	2,078
3	3,025	8	2,075
4	3,062	9	5,028
5	4,036	10	7,056

TABLE 2 – Mesures de Δt, pour des valeurs de Δx et α fixés.

Comme pour la mesure précédente, les mesures de la table 2 sont réalisées avec des blocs de masse et surface différente. Ainsi, ces facteurs influent sur la valeur de Δt, et donc sur la valeur de f_d. Mais, les lois de COULOMB affirment que f_d ne dépendent pas de la masse, ou de la surface de contact mais des matériaux en contact. Ainsi, on choisit la valeur moyenne de Δt :

$$\Delta t = 3{,}5478\,\text{s}.$$

Également, $\Delta x = 0{,}602\,\text{m}$, et $\alpha = 0{,}2426\,\text{rad}$. On en déduit que

$$f_d = 0{,}24.$$

III. Conclusion

D'après le cours, les valeurs de f_s et f_d pour le frottement bois–bois sont

$$f_\mathrm{s} \simeq 0{,}5 \quad \text{et} \quad f_\mathrm{d} \simeq 0{,}3.$$

Les valeurs trouvées précédemment ($f_\mathrm{s} = 0{,}38$ et $f_\mathrm{d} = 0{,}24$), sont proches. On a pu remarquer que les lois de Coulomb ne sont que des approximations, qui ne prennent pas en compte la masse ou la surface en contact, même si ces facteurs ont un effet visible.