1 Fibre optique

1. L'angle θ_{lim} est atteint dès lors que l'angle β_{lim} limite de réflexion total est atteint, d'où $\beta_{\text{lim}} = \operatorname{Arcsin}(n_g/n_c)$.

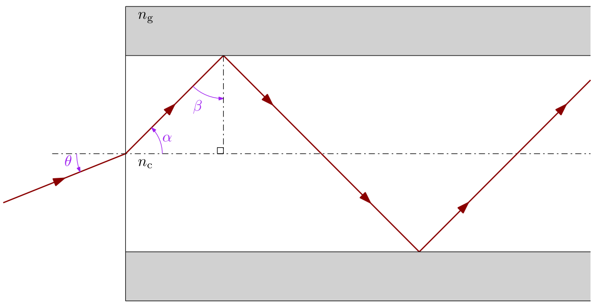

FIGURE 1 – Fibre optique

En appliquant les formules de trigonométrie, on en déduit ainsi que $\alpha_{\text{lim}} = \pi/2 - \operatorname{Arcsin}(n_g/n_c)$. Et, en appliquant la loi de SNELL–DESCARTES pour la réfraction entre l'air et le cœur de la gaine, on trouve que

$$\begin{aligned} n_0 \sin\theta_{\text{lim}} &= n_c \sin\alpha_{\text{lim}} \\ &= n_c \cos\left(\operatorname{Arcsin}\frac{n_g}{n_c}\right) \\ &= n_c \cdot \sqrt{1-\left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2}. \end{aligned}$$

On en conclut :

$$\mathrm{ON} = \sqrt{{n_c}^2 - {n_g}^2}$$

et

$$\theta_{\text{lim}} = \operatorname{Arcsin}\left(\frac{\mathrm{ON}}{n_0}\right).$$

<u>AN.</u> $\mathrm{ON} \simeq 9{,}341 \times 10^{-2}$ et $\theta_{\text{lim}} \simeq 5{,}360\,°$.

2. On suppose que l'on peut découper le parcours de la fibre de longueur $L = 1$ km en tronçons de la forme ci-dessous.

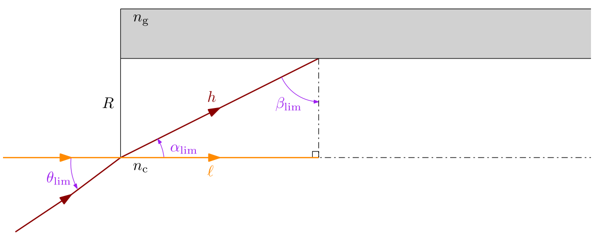

FIGURE 2 – Tronçon du parcours dans la fibre optique

Ainsi, on a $h = \ell/\cos\alpha_{\text{lim}}$. Or, en utilisant les formules des angles de la question précédente, on trouve que :

$$\begin{aligned} \Delta\ell &= h - \ell \\ &= \ell \cdot \left(\frac{1}{\cos\alpha_{\text{lim}}} - 1\right) \\ &= \ell \cdot \left(\frac{n_c}{n_g} - 1\right). \end{aligned}$$

De plus, $\Delta t = v_c/\Delta\ell$, et $n_c = c/v_c$. Ainsi, on en déduit que

$$\Delta t_{\text{tronçon}} = \ell \cdot c \cdot \left(\frac{1}{n_g} - \frac{1}{n_c}\right).$$

En ajoutant ces différences, on en déduit que

$$\Delta t = \frac{L \cdot n_c}{c} \cdot \left(\frac{n_c}{n_g} - 1\right).$$

<u>AN.</u> $\Delta t \simeq 425{,}4$ s.

3. Afin d'éviter qu'un paquet d'onde se « confonde » avec un autre, on doit laisser un intervalle d'au moins Δt entre deux signaux. Autrement dit, le débit maximal, $d_{\max}$, vaut :

$$d_{\max} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{Lc} \cdot \frac{1}{\frac{1}{n_g} - \frac{1}{n_c}}.$$

<u>AN.</u> $d_{\max} \simeq 1 \times 10^8$ bit/s.

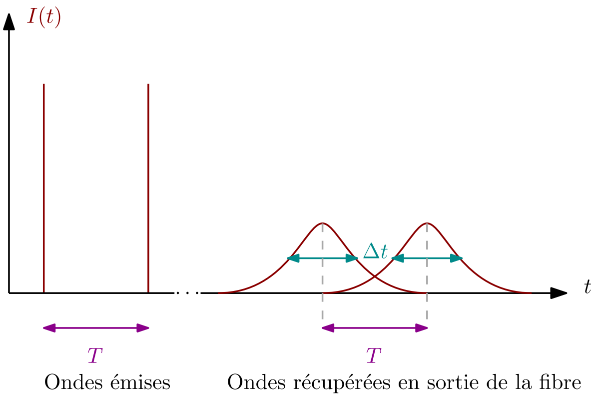

FIGURE 3 – Chevauchement des paquets d'ondes

2 Résolution d'une double étoile

1. Les deux ondes (provenant de $É_1$ et $É_2$ respectivement) dont cohérentes ; en effet, les deux sources sont de même pulsation, et il y a, *a priori* une différence de phase entre ces deux étoiles, car elles émettent chacune des trains d'ondes différents.

2. On a $\text{É}_1\text{T}_1{}^2 = \text{T}_1\text{H}^2 + \text{HÉ}_1{}^2$, et $\text{HÉ}_1 = D$, tandis que $\text{T}_1\text{H} = (a/2) - x_1$ et $\text{T}_2\text{H} = (a/2) + x_1$. D'où,

$$\delta_1 = \sqrt{D^2 + \left(\frac{a}{2} + x_1\right)^2} - \sqrt{D^2 + \left(\frac{a}{2} - x_1\right)^2}.$$

À l'aide d'un développement limité, d'après l'approximation $D \gg (a/2) \pm x_1$, on a donc

$$\delta_1 = ax_1/D.$$

Par symétrie, on a $\delta_2 = \text{É}_2\text{T}_2 - \text{É}_2\text{T}_1 = -\delta_1$. De plus, $x_1 = D \cdot \tan(\theta/2) \sim D\theta/2$. On peut en conclure que

$$\boxed{\delta_2 = -\delta_1 = a\theta/2.}$$

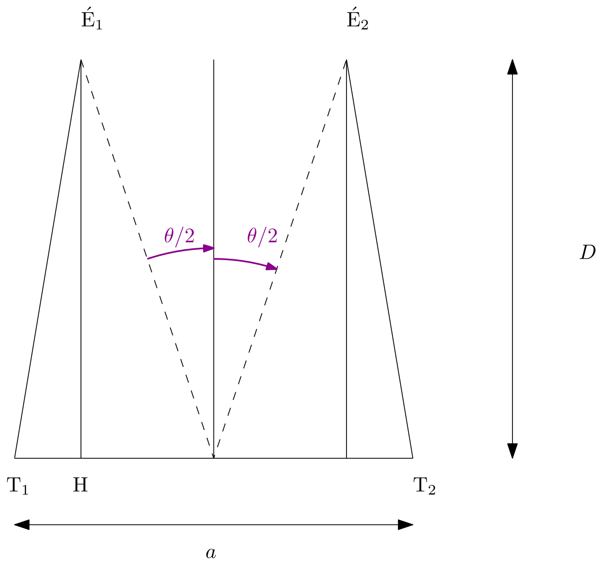

FIGURE 4 – Représentation de la situation

3. On a $I_\text{f} = 2 \times 2I_0(1 + \cos(2\pi\delta_1/\lambda_0)) = 2I_1$. En effet, en appliquant la formule de FRESNEL à chacune des sources É_1 et É_2, on a

$$\begin{cases} I_1 = 2I_0 \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \delta_1\right)\right), \\ I_2 = 2I_0 \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \delta_2\right)\right) = I_1. \end{cases}$$

4. On ajoute un retard à l'onde arrivant en T_1, et on trouve que

$$\begin{cases} I_1 = 2I_0 \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot (\delta_1 + L)\right)\right), \\ I_2 = 2I_0 \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot (L - \delta_1)\right)\right). \end{cases}$$

Ainsi, on en déduit que

$$I_\text{f}(L) = 4I_0 \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot a\theta\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot L\right)\right).$$

Afin de mesurer θ, on calcule

$$\frac{I_\text{max} - I_\text{min}}{\langle I \rangle} = 2 \cdot \cos(\pi a\theta/2).$$

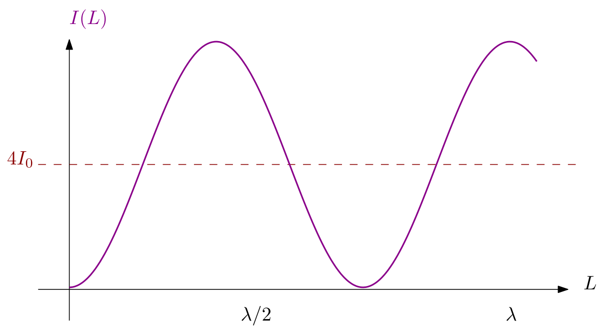

FIGURE 5 – Intensité $I(L)$ en fonction du retard L

3 Systèmes optique à deux lentilles

1. (a)

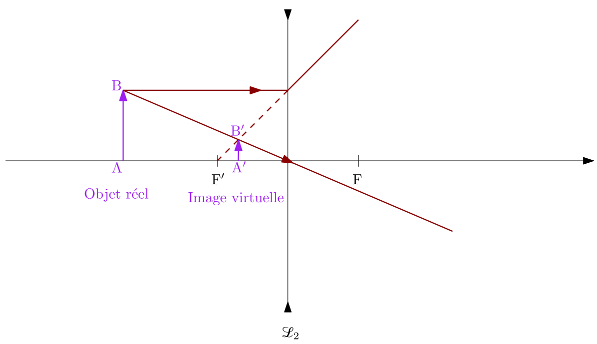

FIGURE 6 – Image par $\mathscr{L}_2$ d'un objet réel

(b)

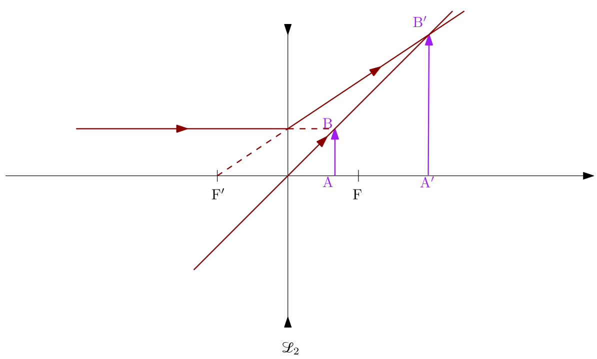

FIGURE 7 – Image par $\mathscr{L}_2$ d'un objet virtuel entre la lentille et le plan focale objet

(c)

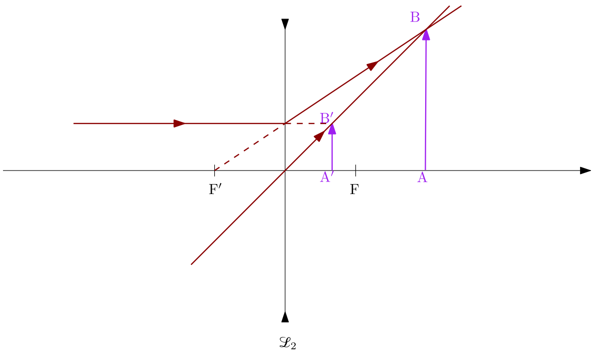

FIGURE 8 – Image par $\mathscr{L}_2$ d'un objet virtuel au delà du plan focal objet

2. On considère le schéma synoptique suivant :

$$\begin{array}{ccccc} \mathrm{A} & \xrightarrow{\mathscr{L}_1} & \mathrm{A}_1 & \xrightarrow{\mathscr{L}_2} & \mathrm{A}' \\ -\infty & \xrightarrow{\mathscr{L}_1} & \mathrm{F}_1' & \xrightarrow{\mathscr{L}_2} & \mathrm{A}' \end{array}.$$

Un critère est donc $\mathrm{F}_1' \in \,]\mathrm{O}_2, \mathrm{F}_2[$. Autrement dit, avec les formules algébriques,

$$\overline{\mathrm{O}_2\mathrm{F}_2} > \overline{\mathrm{O}_2\mathrm{F}_1'} > 0.$$

D'où,

$$-f_2' > \overline{\mathrm{O}_2\mathrm{O}_1} + \overline{\mathrm{O}_1\mathrm{F}_1'} > 0,$$

ce qui donne le critère

$$-f_2' > -e + f_1' > 0.$$

On en conclut que

$$f_1' + f_2' < e < f_1'.$$

3. On suppose le bâtiment à l'infini. On applique les relations de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OA}'}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \frac{1}{f'}.$$

Ceci donne donc, avec le montage actuel,

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{O}_2\mathrm{A}'}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{O}_2\mathrm{F}_1'}} = \frac{1}{f_2'}.$$

Simplifions cette expression afin de pouvoir extraire $\overline{\mathrm{O}_2\mathrm{A}'}$:

$$\begin{aligned} \overline{\mathrm{O}_2\mathrm{A}'} &= \left(\frac{1}{\overline{\mathrm{O}_2\mathrm{F}_1'}} - \frac{1}{f_2'}\right)^{-1} \\ &= \left(\frac{1}{\overline{\mathrm{O}_2\mathrm{O}_1} + \overline{\mathrm{O}_1\mathrm{F}_1'}} + \frac{1}{f_2'}\right)^{-1} \\ \text{(AN.)} &= \left(\frac{1}{-3+5} - \frac{1}{2{,}5}\right)^{-1} \end{aligned}$$