

Td n° bonus 1

# *Complexité amortie*

Hugo SALOU MPI\*

Dernière mise à jour le 1<sup>er</sup> février 2023

---

## 1 Complexité amortie

1. (a) Soit  $n \in \mathbb{N}$ .

— Si  $n$  est pair, 
$$\sum_{i=0}^{n-1} c_i = \sum_{i=1}^{n/2} 1 + \sum_{i=1}^{n/2} 3 = 2n.$$

— Si  $n$  est impair,

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{n-1} c_i &= \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1} 1 + \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} 3 \\ &= \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1 + 3 \lfloor \frac{n}{2} \rfloor \text{ car } n = 2 \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1 \\ &= 4 \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1 \\ &= n + 2 \lfloor \frac{n}{2} \rfloor \\ &= n + n - 1 \\ &= 2n - 1 \end{aligned}$$

(b) On pose  $h$  la fonction de potentiel définie comme

$$h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$$
$$n \mapsto \begin{cases} 0 & \text{si } n \text{ est pair,} \\ 1 & \text{si } n \text{ est impair.} \end{cases}$$

— Si  $n$  est pair,  $C_o(n) = C_o(n) + h(n+1) - h(n) = 1 + 1 = 2.$

— Si  $n$  est impair,  $C_o(n) = C_o(n) + h(n+1) - h(n) = 3 + 0 - 1 = 2.$

## 2 Incrementation compteur binaire

## 3 Tableaux dynamiques

3. On trouve une complexité amortie en  $n^2$ . À rédiger.
4. Au lieu de diviser quand  $r < n/2$ , mais quand  $r < n/4$ .

## 4 Tableaux dynamiques, 2