

ANNEXE I

*Preuves de correction pour les
fonctions récursives*

Hugo SALOU MPI*

Dernière mise à jour le 29 mars 2023

On considère l'insertion dans un arbre binaire de recherche. Démontrons qu'elle est correcte. On adopte les notations de l'annexe G sur les arbres rouges-noirs. Montrons que, pour tout ABR t , et pour toute étiquette $e \in \mathbb{E}$,

$$\text{étiquettes}(\text{insertion}(t, x)) = \text{étiquettes}(t) \cup \{x\}.$$

Montrons le par induction.

1. Si $t = \mathbf{E}$. Soit $x \in \mathbb{E}$:

$$\text{étiquettes}(\text{insertion}(\mathbf{E}, x)) = \text{étiquettes}(N(x, \mathbf{E}, \mathbf{E})) = \{x\} = \underbrace{\text{étiquettes}(\mathbf{E})}_{\emptyset} \cup \{x\}.$$

2. Si $t = N(y, g, d)$. Soit $x \in \mathbb{E}$.

— si $x < y$, alors

$$\begin{aligned} \text{étiquettes}(\text{insertion}(t, x)) &= \text{étiquettes}(N(y, \text{insertion}(g, x), d)) \\ &= \{x\} \cup \text{étiquettes}(\text{insertion}(g, x)) \cup \text{étiquettes}(d) \\ &= \{y\} \cup \text{étiquettes}(g) \cup \{x\} \cup \text{étiquettes}(d) \\ &= \text{étiquettes}(N(y, g, d)) \cup \{x\} \\ &= \text{étiquettes}(t) \cup \{x\} \end{aligned}$$

— on procède de même pour les autres cas.

On procède de même pour les autres propriétés.